

**ESERCIZIO 1**

La funzione del costo totale di un'impresa è  $CT = Q^2 + 10 \cdot Q + 10$ . Derivare il costo fisso ( $CF$ ), il costo variabile ( $CV$ ), il costo totale medio ( $CTm$ ), il costo fisso medio ( $CFm$ ), il costo variabile medio ( $CVm$ ) e il costo marginale ( $Cmg$ ).

$$CF = 10$$

$$CV = Q^2 + 10 \cdot Q$$

$$CTm = Q + 10 + \frac{10}{Q}$$

$$CFm = \frac{10}{Q}$$

$$CVm = Q + 10$$

$$Cmg = \frac{dCT}{dQ} = 2 \cdot Q + 10$$

**ESERCIZIO 2**

Si consideri la seguente tabella (è auspicabile replicare l'esercizio su di un foglio Excel):

$Q$	$CT$	$CV$	$CF$	$Cmg$	$CTm$	$CVm$	$CFm$
0	1000	0	1000	-	-	-	-
0.5			1000				
1			1000				
2			1000				
3			1000				
4			1000				
5			1000				
6			1000				
7			1000				
8			1000				
9			1000				
10			1000				
11			1000				
12			1000				
13			1000				
14			1000				
15			1000				
16			1000				
17			1000				
18			1000				
19			1000				
20			1000				

dove  $Q$  =quantità prodotta;  $CT$  =costo totale;  $CV$  =costo variabile;  $CF$  =costo fisso;  $Cmg$  =costo marginale;  $CTm$  =costo totale medio;  $CVm$  =costo variabile medio;  $CFm$  =costo fisso medio.

Completare la tabella e disegnare il grafico dei costi medi e del costo marginale sapendo che la funzione del costo totale ( $CT$ ) e quella del costo marginale ( $Cmg$ ) sono, rispettivamente:

$$CT = \frac{8}{3} \cdot Q^3 - 36 \cdot Q^2 + 200 \cdot Q + 1000$$

$$Cmg \equiv \frac{dCT}{dQ} = 8 \cdot Q^2 - 72 \cdot Q + 200$$

**Quali sono i concetti principali da sapere circa l'andamento dei costi rappresentati ?**

**Soluzione**

È immediato ricavare dal costo totale, il costo variabile e il costo fisso:

$$CV = \frac{8}{3} \cdot Q^3 - 36 \cdot Q^2 + 200 \cdot Q$$

$$CF = 1000$$

Dalla definizione di costo medio si ricava che:

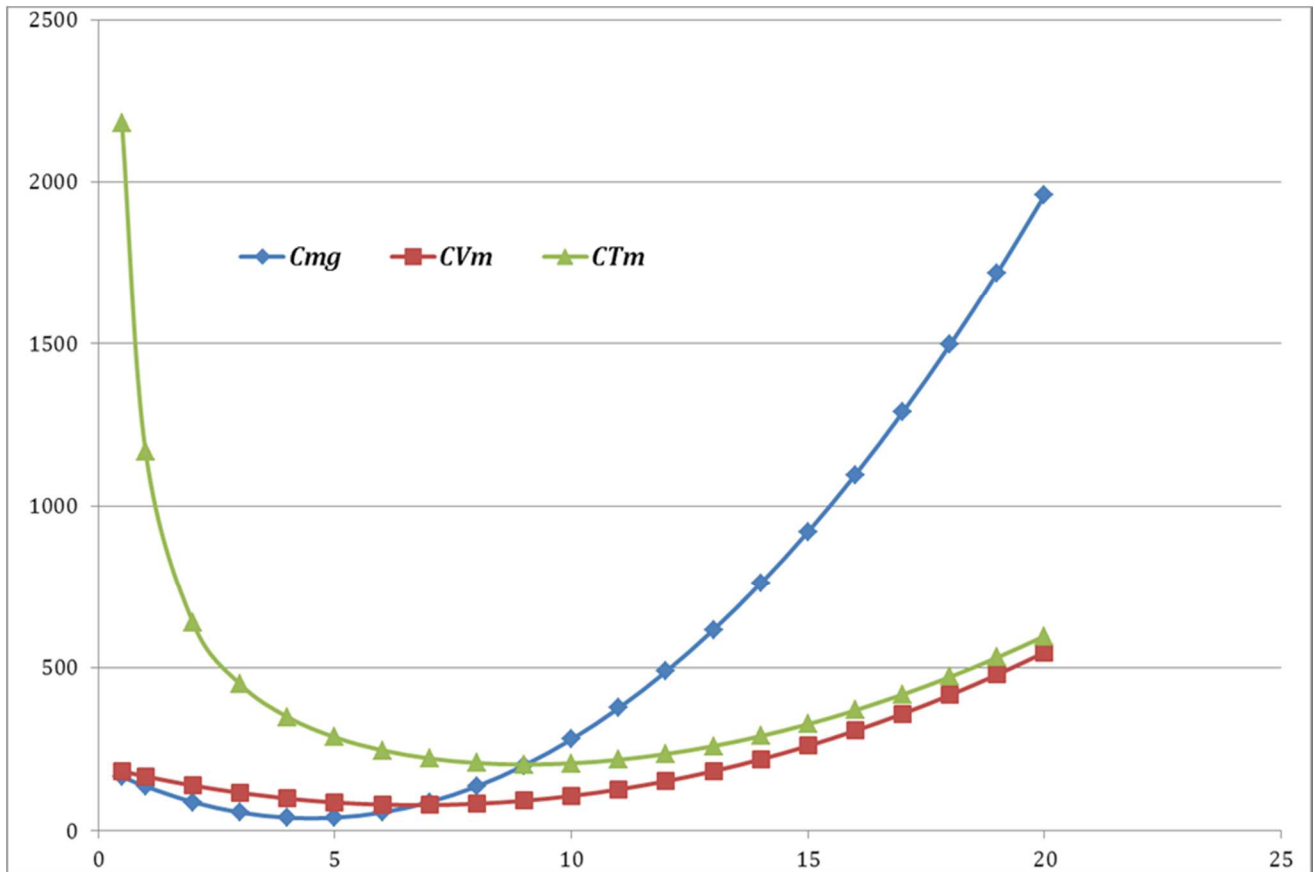
$$CTm = \frac{CT}{Q} = \frac{8}{3} \cdot Q^2 - 36 \cdot Q + 200 + \frac{1000}{Q}$$

$$CVm = \frac{CV}{Q} = \frac{8}{3} \cdot Q^2 - 36 \cdot Q + 200$$

$$CFm = \frac{CF}{Q} = \frac{1000}{Q}$$

A questo punto basta inserire (scrivere) le funzioni nelle celle Excel corrispondenti e, dati i valori di  $Q$ , ottenere i valori numerici dei costi necessari alla costruzione del grafico riepilogativo.

$Q$	$CT$	$CV$	$CF$	$Cmg$	$CTm$	$CVm$	$CFm$
0	1000	0	1000	-	-	-	-
0.5	1091.3	91.333	1000	166	2182.67	182.67	2000
1	1166.7	166.67	1000	136	1166.67	166.67	1000
2	1277.3	277.33	1000	88	638.67	138.67	500
3	1348	348	1000	56	449.33	116.00	333.33
4	1394.7	394.67	1000	40	348.67	98.67	250
5	1433.3	433.33	1000	40	286.67	86.67	200
6	1480	480	1000	56	246.67	80.00	166.67
7	1550.7	550.67	1000	88	221.52	78.67	142.86
8	1661.3	661.33	1000	136	207.67	82.67	125
9	1828	828	1000	200	203.11	92.00	111.11
10	2066.7	1066.7	1000	280	206.67	106.67	100
11	2393.3	1393.3	1000	376	217.58	126.67	90.909
12	2824	1824	1000	488	235.33	152.00	83.333
13	3374.7	2374.7	1000	616	259.59	182.67	76.923
14	4061.3	3061.3	1000	760	290.10	218.67	71.429
15	4900	3900	1000	920	326.67	260.00	66.667
16	5906.7	4906.7	1000	1096	369.17	306.67	62.5
17	7097.3	6097.3	1000	1288	417.49	358.67	58.824
18	8488	7488	1000	1496	471.56	416.00	55.556
19	10095	9094.7	1000	1720	531.30	478.67	52.632
20	11933	10933	1000	1960	596.67	546.67	50



La pendenza del costo medio (sia esso variabile o totale)\* dipende dalla differenza tra costo marginale e costo medio. Formalmente, infatti, si ha che:

$$\begin{aligned} d(CT/Q)/dQ &= (Cmg * Q - CT)/Q^2 = Cmg/Q - CT/Q^2 = (1/Q) * (Cmg - CT/Q) \\ &= (1/Q) * (Cmg - CTm) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} d(CV/Q)/dQ &= (Cmg * Q - CV)/Q^2 = Cmg/Q - CV/Q^2 = (1/Q) * (Cmg - CV/Q) \\ &= (1/Q) * (Cmg - CVm) \end{aligned}$$

Di conseguenza,

- se  $Cmg > Cmedio$ , allora  $Cmedio$  è crescente;
- se  $Cmg < Cmedio$ , allora  $Cmedio$  è decrescente.

Pertanto, costo marginale e costo medio non possono che incontrarsi (essere uguali) nel punto di minimo del costo medio (ovviamente, il minimo di CTm è diverso, cioè più alto, del punto di minimo di CVm).

---

\* La curva del costo totale medio è semplicemente la traslazione verso l'alto della curva del costo variabile medio di un valore pari al costo fisso medio.