

## MODELLO REDDITO-SPESA

### Esercizio 1

Si consideri un sistema economico con settore pubblico e chiuso agli scambi con l'estero, dove la propensione marginale al consumo è  $c = 0,8$ ; la tassazione è a somma fissa, precisamente  $T = 100$ ; il consumo di sussistenza è  $\bar{C} = 200$ ; infine, gli investimenti e la spesa pubblica sono pari, rispettivamente, a  $I = 100$  e  $G = 150$ .

Ne deriva che la domanda aggregata ( $DA$ ) è pari a:

$$DA = C + I + G = [200 + 0,8 \cdot (Y - 100)] + 100 + 150 = 370 + 0,8 \cdot Y$$

dove  $A = 370$  è la spesa autonoma e  $0,8 \cdot Y$  è la (funzione della) spesa indotta. Utilizzando la condizione di equilibrio, si ricava il PIL di breve periodo:

$$DA = Y \xrightarrow{\text{yields}} Y \cdot (1 - 0,8) = 370 \xrightarrow{\text{yields}} Y^* = 370 \cdot \frac{1}{(1-0,8)} = 1850$$

dove  $mr = \frac{1}{(1-0,8)} = 5$  è il moltiplicatore del reddito e  $mf = -c \cdot mr = -5 \cdot 0,8 = -4$  è il moltiplicatore fiscale. Per calcolare la variazione del PIL di equilibrio di breve periodo in caso di variazione di una delle componenti della spesa autonoma, basterà moltiplicare la variazione della spesa autonoma per il moltiplicatore del reddito:

$$dY = dA \cdot mr$$

Ad esempio, se la spesa pubblica aumenta da 150 a 200 (cioè  $dG = 200 - 150 = 50$ ), la variazione (in aumento) di  $Y^*$  sarà:

$$dY = 50 \cdot 5 = 250$$

È possibile effettuare l'operazione inversa e conoscere la variazione della spesa pubblica necessaria a generare una variazione in aumento del reddito, ad esempio  $dY = 500$ . Infatti, essendo la spesa pubblica ( $G$ ) una delle componenti principali della spesa autonoma ( $A$ ),

$$\frac{dY}{dG} = mr \xrightarrow{\text{yields } 500} \frac{500}{dG} = 5 \xrightarrow{\text{yields}} dG = \frac{500}{5} = 100$$

In presenza di un moltiplicatore del reddito pari a 5, occorre un aumento della spesa pubblica pari a 100 per generare un incremento del reddito di equilibrio pari a 500. Utilizzando il moltiplicatore fiscale, è possibile ottenere una stessa variazione in aumento del reddito riducendo la tassazione di un importo pari a:

$$\frac{dY}{dT} = mf \xrightarrow{\text{yields } 500} \frac{500}{dT} = -4 \xrightarrow{\text{yields}} dT = \frac{500}{-4} = -125$$

### Esercizio 2

Risolvere il precedente esercizio con tassazione proporzionale al reddito  $T = t \cdot Y$  (con  $t = 0,1$ ), invece che a somma fissa.

La domanda aggregata e il moltiplicatore del reddito cambiano nel modo seguente:

$$DA = 450 + 0,8 \cdot (1 - 0,1) \cdot Y = 450 + 0,72 \cdot Y$$

$$mr = \frac{1}{1-0,72} = 3,57$$

La spesa autonoma è più alta mentre il moltiplicatore del reddito più basso. Al netto, il reddito di equilibrio risulta più basso:  $Y^* = 450 \cdot 3,57 = 1606,5$ . Ovviamente, con un moltiplicatore del reddito più basso, le

“variazioni” di  $Y^*$  – associate a mutamenti in una qualsiasi delle componenti della spesa autonoma – risulteranno più basse.

### Esercizio 3

Sia  $\bar{C} = 100$  il consumo di sussistenza o autonomo,  $I = 100$  gli investimenti programmati,  $G = 150$  la spesa pubblica e  $T = t \cdot Y$  (con  $t = 0,1$ ) la tassazione. Sapendo che la propensione marginale al consumo è pari a  $c = 0,8$  si determini il reddito di equilibrio, il moltiplicatore del reddito e la variazione dell'aliquota fiscale necessaria per ottenere una variazione del reddito di 10 ( $dY = 10$ ).

È immediato ottenere

$$Y = (100 + 150 + 100) + 0,8 \cdot Y - (0,8 \cdot 0,1) \cdot Y$$

$$Y = 400 + 0,72 \cdot Y$$

dove 400 è la spesa autonoma e 0,72 è la (funzione della) spesa indotta. Moltiplicatore del reddito e PIL di equilibrio sono, quindi, pari, rispettivamente a:

$$mr = \frac{1}{1-0,72} = 3,57$$

$$Y^* = 3,57 \cdot 400 = 1428$$

Al fine di calcolare la variazione dell'aliquota fiscale necessaria per ottenere una variazione del reddito di 10 ( $dY = 10$ ), occorre riscrivere il PIL di equilibrio nel modo seguente.

$$Y = [1 - c \cdot (1 - t)]^{-1} \cdot 400$$

dal momento che  $c \cdot (1 - t) = 0,72$  e  $\frac{1}{1-c \cdot (1-t)} \equiv [1 - c \cdot (1 - t)]^{-1}$  e calcolare la derivata di  $Y$  rispetto a  $t$ :

$$\frac{dY}{dt} = (-1) \cdot 400 \cdot c \cdot [1 - c \cdot (1 - t)]^{-2}$$

sostituendo i numeri alle lettere si ottiene:

$$\frac{dY}{dt} = (-1) \cdot 400 \cdot 0,8 \cdot [1 - 0,8 \cdot (1 - 0,1)]^{-2} = -4081,63$$

$$\text{Pertanto, } \frac{10}{dt} = -4081,63 \xrightarrow{\text{yields}} dt = \frac{10}{-4081,63} = -0,00245 (0,245\%)$$

Cioè, occorre ridurre l'aliquota fiscale dello 0,245%

$$t = 0,1 - 0,00245 = 0,09755$$

### Esercizio 4

Si consideri un sistema economico chiuso agli scambi con l'estero. Sapendo che la funzione degli investimenti è  $I = 500 - 5000 \cdot r$ , derivare l'effetto del tasso di interesse reale  $r$  sul reddito  $Y$ . Di quanto deve variare (indicando il segno) il tasso di interesse reale perché il reddito di equilibrio di breve periodo aumenti di 100?

Dalla funzione degli investimenti e sotto la condizione di equilibrio  $Y = C + I + G$ , si ottiene facilmente che:

$$\begin{cases} \frac{dY}{dI} = 1 \\ \frac{dI}{dr} = -5000 \end{cases} \xrightarrow{\text{yields}} \frac{dY}{dr} = -5000$$

Di conseguenza,  $\frac{100}{dr} = -5000 \xrightarrow{\text{yields}} dr = \frac{1000}{-5000} = -0,02 (-2\%)$ .

La relazione negativa tra reddito e tasso di interesse reale è conosciuta con il nome di **funzione IS** e descrive l'equilibrio nel mercato dei beni come uguaglianza tra investimento e risparmio (in inglese *Saving*). Infatti,

$$Y = C + I + G \xrightarrow{\text{yields}} \underbrace{Y - C - G}_{\text{Risparmio Nazionale}} = I$$

### Esercizio 5

Si consideri un sistema economico con settore pubblico e aperto agli scambi con l'estero, dove: la **propensione marginale al consumo è  $c = 0,8$** ; la **tassazione è a somma fissa ( $T = 100$ )**; il consumo di sussistenza è  **$\bar{C} = 200$** ; gli investimenti e la spesa pubblica sono pari, rispettivamente, a  **$I = 100$**  e  **$G = 150$** . Le esportazioni sono esogene e pari a  **$E = 100$** , mentre la funzione delle importazioni è  **$Im = 0,05 \cdot Y$**  dove  $0,05$  è la propensione marginale alle importazioni.

La relazione tra importazioni e reddito è positiva: un incremento della “ricchezza” prodotta da un sistema economico determina un aumento dei beni e servizi acquistati (una parte di quella maggiore ricchezza, quindi, verrà utilizzata anche per incrementare gli acquisti di beni e servizi esteri). Con l'aumentare di  $Y$ , pertanto, aumentando le importazioni e ciò determinerà un incremento del prodotto interno lordo del paese estero (nella relativa domanda aggregata del paese estero aumentano, infatti, le esportazioni). Con queste due ulteriori ed importanti componenti, la domanda aggregata risulta la seguente:

$$DA = C + I + G + (E - Im) = [200 + 0,8 \cdot (Y - 100)] + 100 + 150 + 100 - 0,05 \cdot Y$$

$$DA = 470 + 0,75 \cdot Y$$

Utilizzando la solita condizione,  $Y = DA$ , si ricava il PIL di equilibrio di breve periodo:

$$Y = 470 + 0,7 \cdot Y \xrightarrow{\text{yields}} Y^* = \left( \frac{1}{1-0,75} \right) \cdot 470 = 1880$$

### Esercizio 6

Risolvere il precedente esercizio con tassazione proporzionale al reddito  $T = t \cdot Y$  (con  $t = 0,1$ ), invece che a somma fissa.

La domanda aggregata e il moltiplicatore del reddito cambiano nel modo seguente:

$$DA = 550 + 0,8 \cdot (1 - 0,1) \cdot Y - 0,1 \cdot Y = 550 + 0,67 \cdot Y$$

$$mr = \frac{1}{1-0,67} = 3,03$$

Il reddito di equilibrio di breve periodo è, pertanto,

$$Y^* = 550 \cdot 3,03 = 1666,5$$

Rispetto al case base (con  $c = 0,8$ ) in cui il moltiplicatore del reddito è “semplicemente” pari al reciproco della propensione marginale al risparmio,  $mr = \frac{1}{1-0,8} = 5$ , si noti come la propensione marginale alle importazioni riduca il valore del moltiplicatore del reddito, sia in caso di regime a tassazione fissa,

$$mr = \frac{1}{[1-(0,8-0,1)]} = \frac{1}{1-0,75} = 4$$

che in caso di imposizione fiscale proporzionale al reddito,

$$mr = \frac{1}{[1-(0,8(1-0,1)-0,05)]} = \frac{1}{1-0,67} = 3,03$$

come detto, un incremento del reddito determina un incremento anche delle importazioni: infatti, la maggiore “ricchezza” aumenta la domanda di beni esteri e non solo di quelli interni. Pertanto, l'effetto del

moltiplicatore del reddito (che agisce amplificando la variazione del reddito in seguito ad una variazione della spesa autonoma) si riduce in presenza di una relazione positiva tra importazioni e reddito (ed anche tra tassazione e reddito), poiché – in caso di incremento di  $Y^*$  – una quota maggiore di reddito viene potenzialmente “sottratta” alle componenti che influenzano positivamente la domanda aggregata (consumi, investimenti e spesa pubblica) e va ad incrementare la tassazione e/o le importazioni (componenti che influenzano negativamente la domanda aggregata).