## *Costi di produzione e funzione del costo totale*

(gaetano.lisi@unicas.it)

### *Esercizio n.1*

*Si ricavi dalla seguente funzione del costo totale:*

$CT(Q) = 10 + Q^2$

*il costo marginale ed i costi medi.*

*Soluzione:*

*Il costo marginale è pari alla variazione del costo totale (o parimenti del costo variabile) al variare della quantità prodotta (matematicamente, è una derivata e si utilizza pertanto la regola di derivazione di una funzione potenza):*

$d(Q^2) /dQ = 2 \cdot Q^{2-1} = 2 \cdot Q$

*i costi medi (tutti) sono ottenuti rapportando il relativo costo alla quantità prodotta. Precisamente, il costo variabile medio è pari al costo variabile diviso la quantità prodotta:*

$CVm = CV / Q = Q^2 /Q = Q$

*Il costo fisso medio è pari al costo fisso diviso la quantità prodotta:*

$CFm = CF / Q = 10/Q$

*Il costo totale medio è pari al costo totale diviso la quantità prodotta o parimenti alla somma del costo fisso medio e del costo variabile medio:*

$CTm = CFm + CVm = 10/Q + Q$

### *Esercizio n.2*

*Si ricavi dalla seguente funzione del costo totale:*

$CT(Q) = 10 + 10 \cdot Q + 2 \cdot Q^2$

*il costo variabile, il costo marginale ed i costi medi.*

*Soluzione:*

*Il costo variabile è la parte del costo totale che dipende dalla quantità prodotta:*

$CV = 10 \cdot Q + 2 \cdot Q^2$

*il costo marginale è pari alla variazione del costo variabile al variare della quantità prodotta:*

$d(10 \cdot Q + 2 \cdot Q^2) /dQ = 10 + 2 \cdot 2 \cdot Q^{2-1} = 10 + 4 \cdot Q$

*i costi medi sono i seguenti:*

$CVm = CV / Q = (10 \cdot Q + 2 \cdot Q^2)/Q = 10 + 2 \cdot Q$

$CFm = CF / Q = 10/Q$

$CTm = CFm + CVm = 10/Q + 10 + 2 \cdot Q$

*Esercizio n.3*

*Si utilizzino i risultati dell'esercizio n.1 per ricavare il prezzo di equilibrio, il prezzo al di sotto del quale l'impresa esce dal mercato e il prezzo al di sotto del quale l'impresa sopporta delle perdite in un mercato di concorrenza perfetta, sapendo che Q=5. Nella situazione considerata (Q = 5), l'impresa in equilibrio fa profitti o perdite?*

*<u>Soluzione:</u>*

*In equilibrio prezzo e costo marginale devono essere uguali; pertanto, il prezzo di equilibrio è 2·Q = 2·5 = 10.*

*L'impresa esce dal mercato (nel breve periodo) se non è in grado nemmeno di coprire i costi variabili medi; per cui il prezzo al di sotto del quale l'impresa esce dal mercato è CVm = Q = 5. Per un prezzo pari a 5, ovviamente, l'impresa è indifferente tra produrre la quantità Q = 5 oppure uscire dal mercato (non producendo nulla, Q = 0).*

*L'impresa fa profitti nulli quando il prezzo è pari al costo totale medio; di conseguenza, il prezzo al di sotto del quale l'impresa sopporta delle perdite è:*

*CTm = 10/Q + Q = 10/5 + 5 = 7.*

*Nello specifico, l'impresa in equilibrio ottiene profitti positivi pari a (10-7)·5=15.*

*Esercizio n.4*

*Si utilizzi la funzione del costo totale dell'esercizio n.1 per ricavare la quantità di produzione Q che minimizza il costo totale medio.*

*<u>Soluzione:</u>*

*Il costo totale medio è 10/Q + Q. Due sono i modi per trovare il valore di Q che minimizza tale valore.*

*(1) Derivare la funzione del costo totale medio rispetto alla quantità prodotta e porre il risultato pari a 0 (condizione necessario per trovare il massimo o il minimo di una funzione). In questo caso, prima di procedere con la derivata, è utile riscrivere la funzione del costo totale medio come:*

$10 \cdot Q^{-1} + Q$

*Essendo* $Q^{-1} \equiv 1/Q$.

$d(10 \cdot Q^{-1} + Q) / dQ = 0$

$-10 \cdot Q^{-2} + 1 = 0$

$1 = 10 \cdot Q^{-2}$

$Q^2 = 10$

$Q = 10^{0,5} = 3.16$

(2) Si poteva raggiungere lo stesso risultato sapendo che costo marginale e costo totale medio sono uguali (soltanto) nel punto di minimo di quest'ultimo:

$2 \cdot Q = 10/Q + Q$

Di conseguenza, il valore di Q che risolve la precedente equazione è associato al valore minimo del costo totale medio. Moltiplicando tutti i membri della precedente espressione per Q si ottiene:

$2 \cdot Q^2 = 10 + Q^2$

$2 \cdot Q^2 - Q^2 = 10$

$Q^2 = 10$

$Q = 10^{0,5} = 3.16$