

Università di Cassino
Economia e Commercio
Anno Accademico 2022/2023


Economia Politica

(Elasticità ed esercizi – Note - 3)

prof. Maurizio Pugno
Università di Cassino

Elasticità della domanda al prezzo

E' una misura 'pura' di quanto varia la quantità domandata di un bene al variare del suo prezzo.

$$Qd = Qd (p, y, p_j)$$


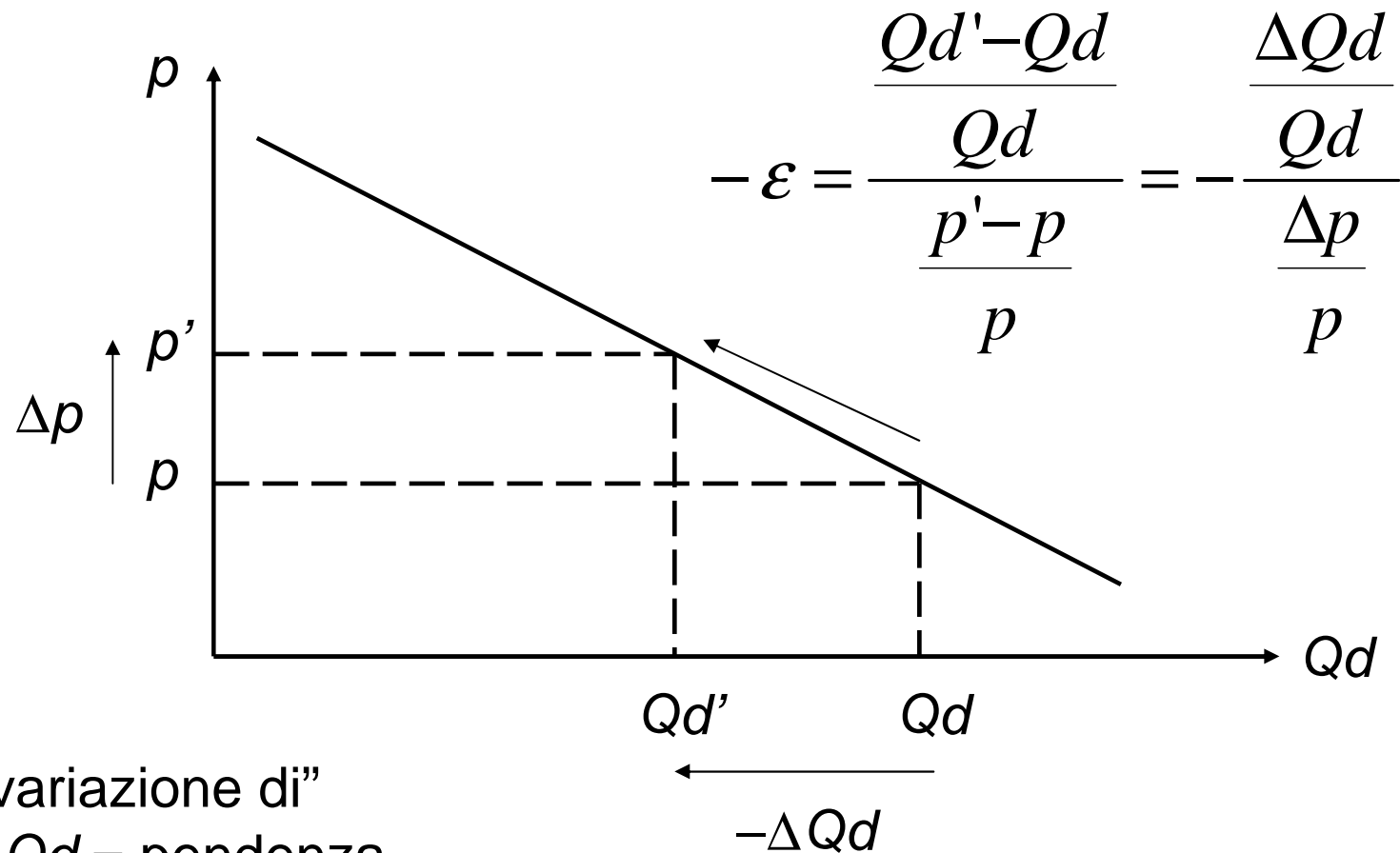
→ se p aumenta, Qd diminuisce

es.: p aumenta dell'4%, Qd diminuisce del 6%

→ l'elasticità è:

$$\varepsilon = - \frac{6\%}{4\%} = - 1,5$$

Elasticità su un intervallo “ Δ ”

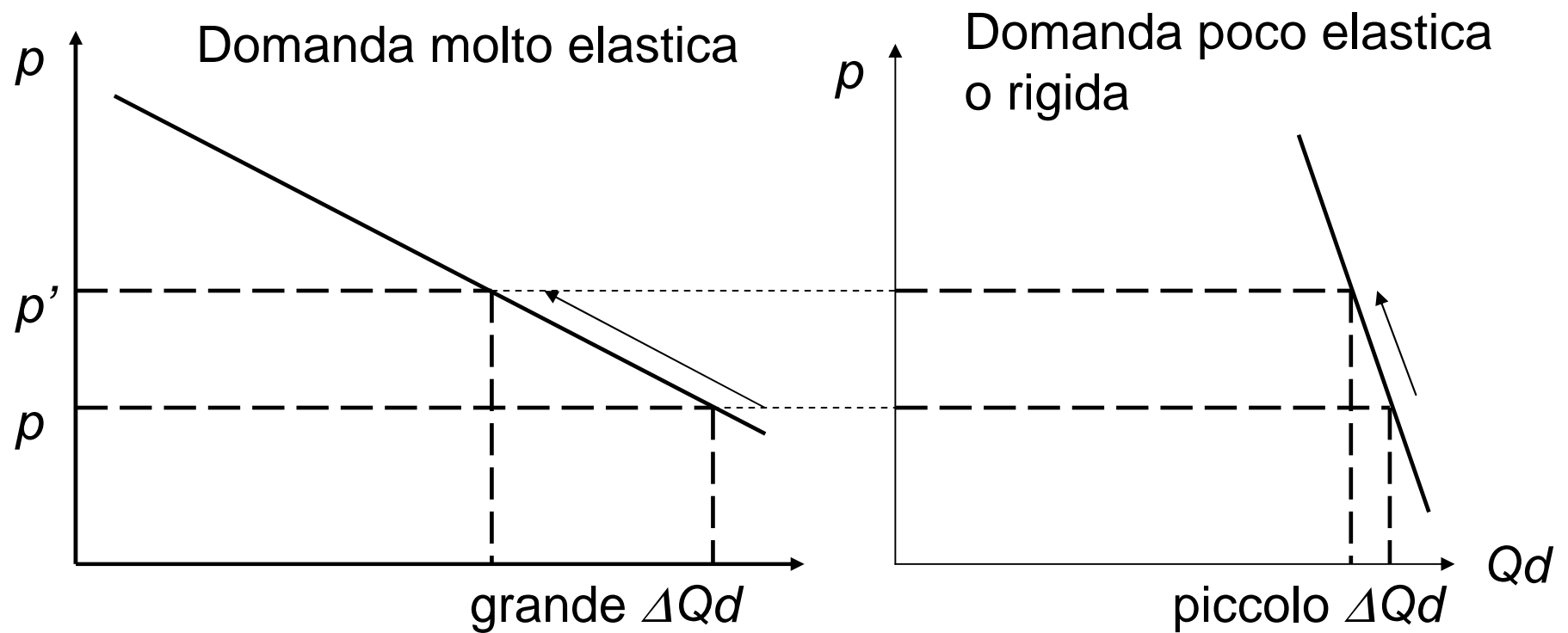


Δ = “variazione di”

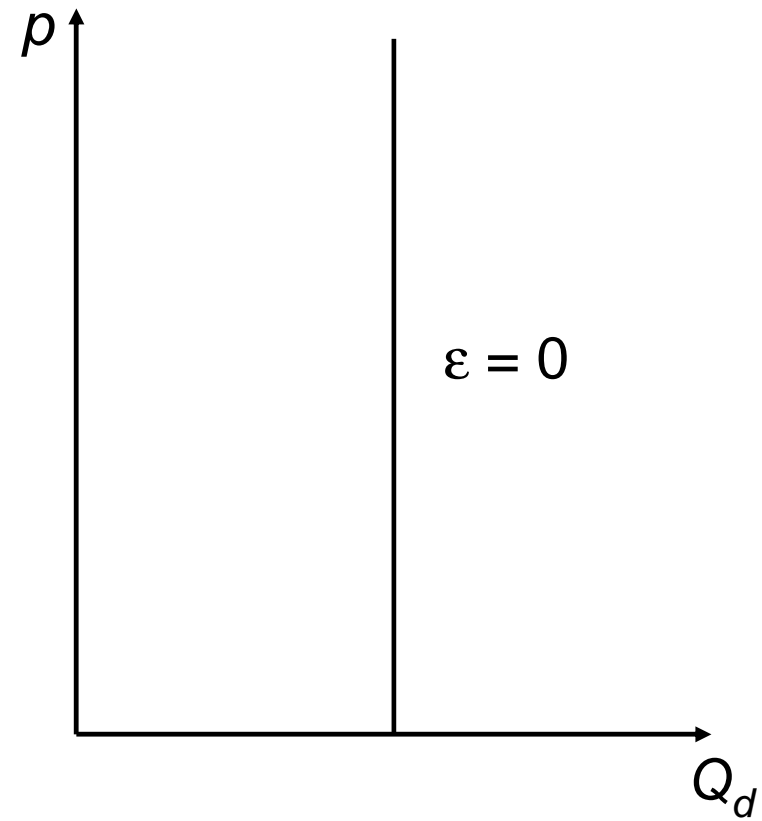
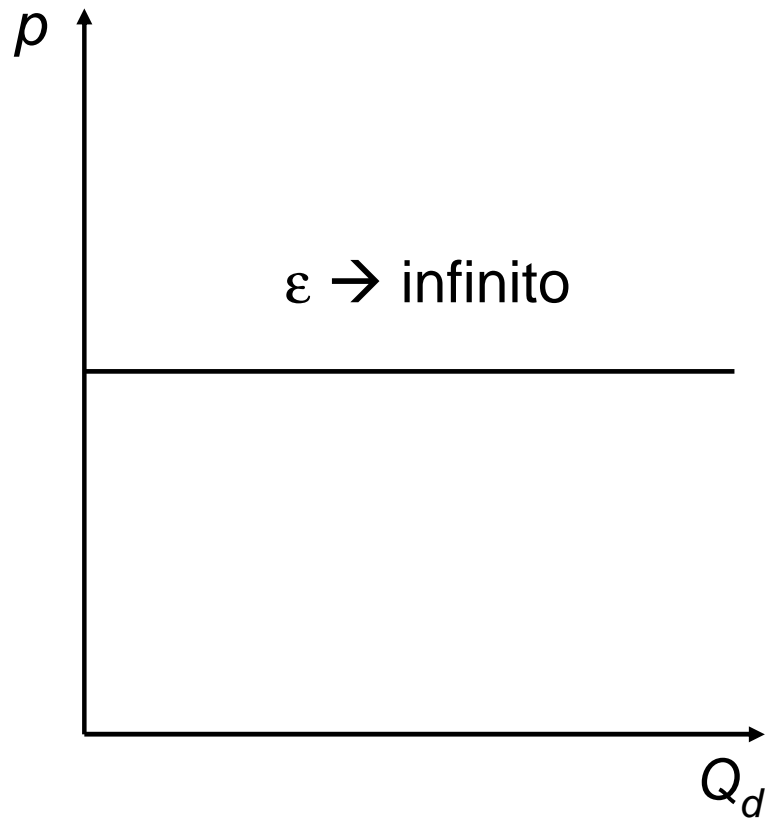
$\Delta p / \Delta Qd$ = pendenza

$\Delta Qd / \Delta p$ = inverso della pendenza

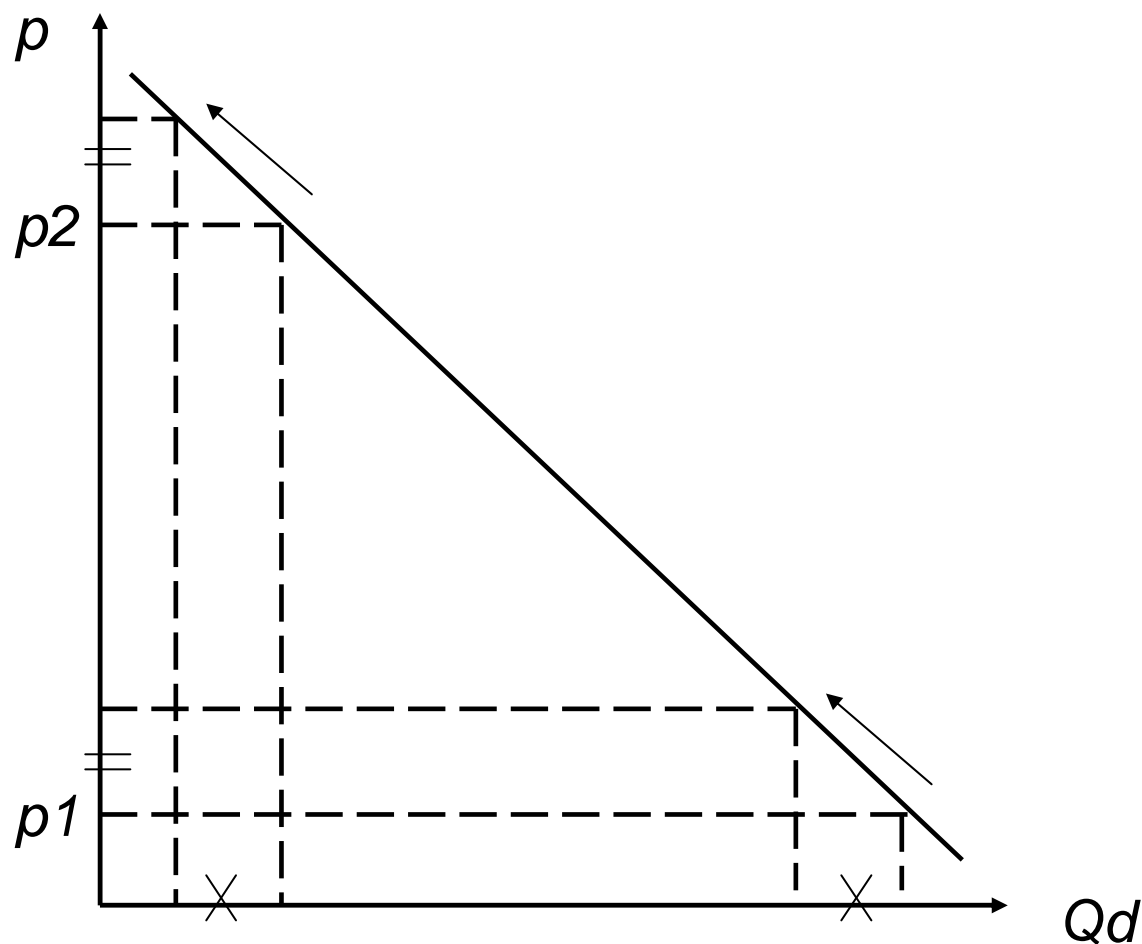
Elasticità di due funzioni della domanda



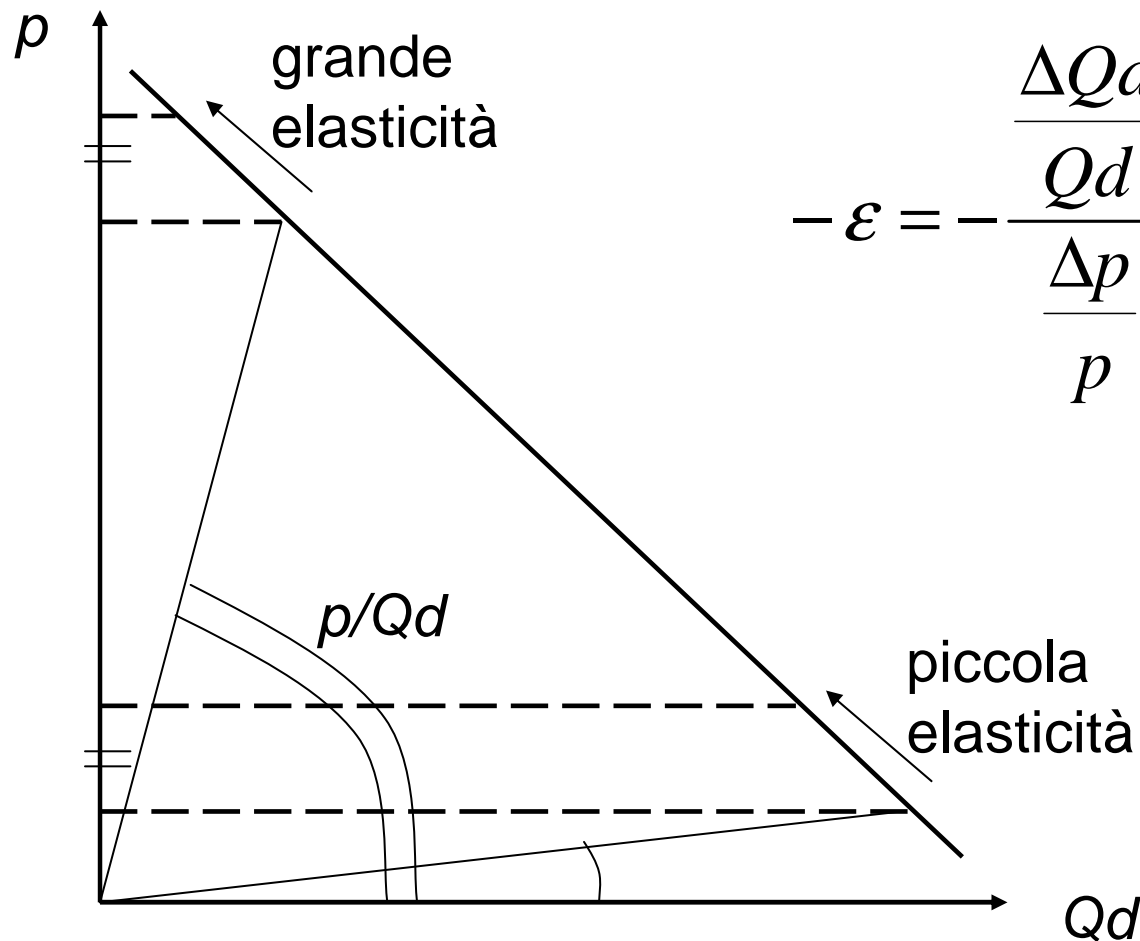
Elasticità: estremi



Elasticità partendo da due livelli di prezzo su una funzione lineare



Elasticità diverse su una funzione lineare



$$-\varepsilon = -\frac{\frac{\Delta Q_d}{Q_d}}{\frac{\Delta p}{p}} = -\frac{\Delta Q_d}{\Delta p} \frac{p}{Q_d}$$



Elasticità della domanda al prezzo

In generale:

$$-\varepsilon_p = -\frac{\frac{\Delta Qd}{Qd}}{\frac{\Delta p}{p}} = -\frac{\Delta Qd}{\Delta p} \frac{p}{Qd} = \frac{p}{Qd} \frac{1}{pendenza}$$

Spesso si usa il valore assoluto: $|\varepsilon|$



Le derivate

- Data $y = f(x)$,
la derivata si scrive dy/dx oppure $f'(x)$,
ed è la pendenza della funzione f .
- Precisamente, la derivata è:

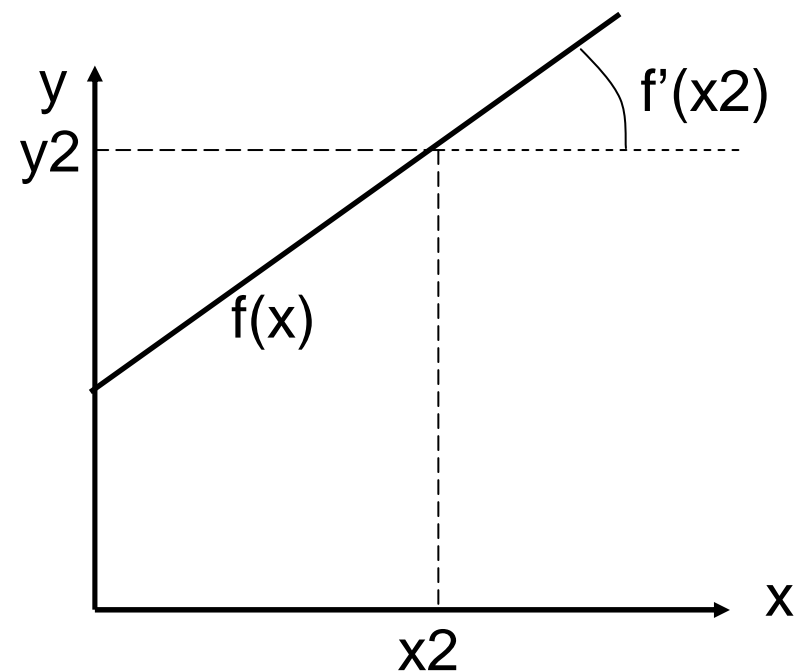
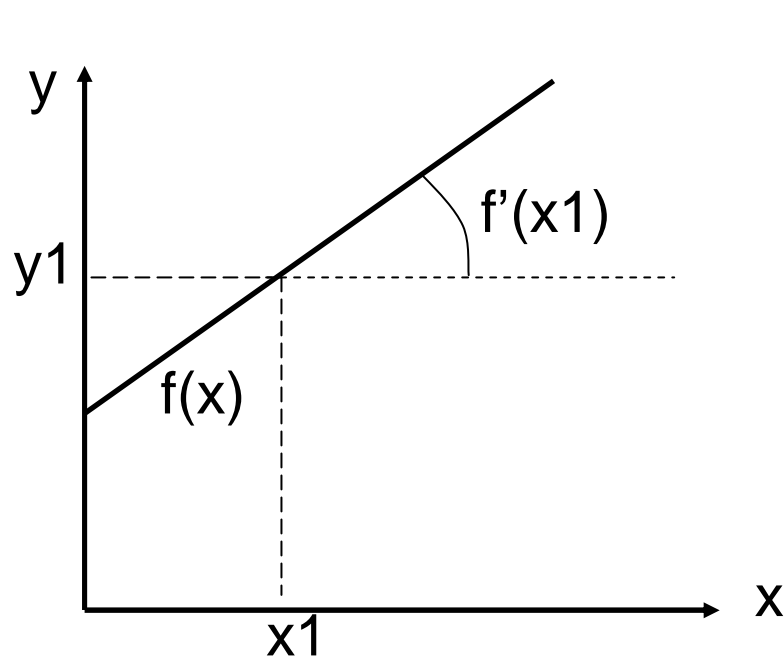
$$\frac{dy}{dx} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta f(x)}{\Delta x}$$

Derivate: la retta

Nella retta $y=q+mx$, la derivata è m (pendenza costante).

Se $y_1 = f(x_1)$
allora $f'(x_1)$

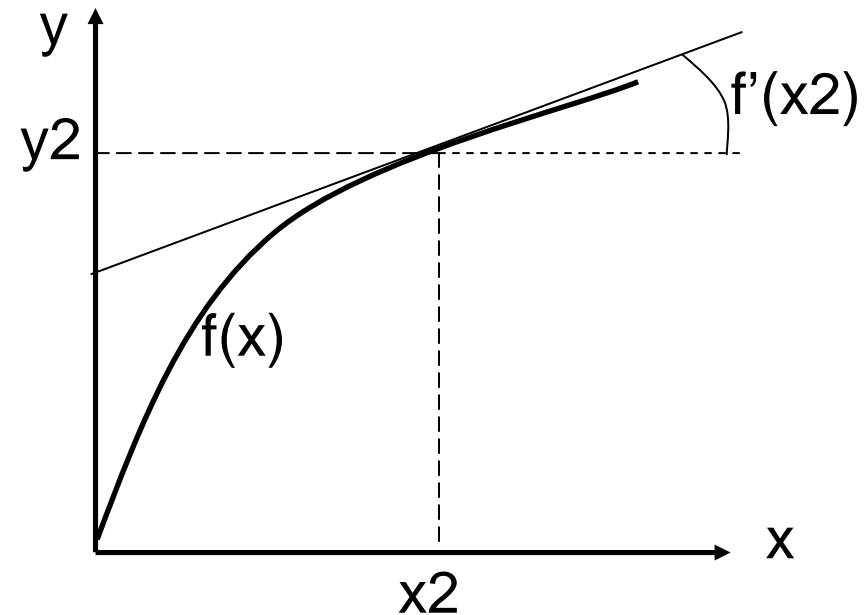
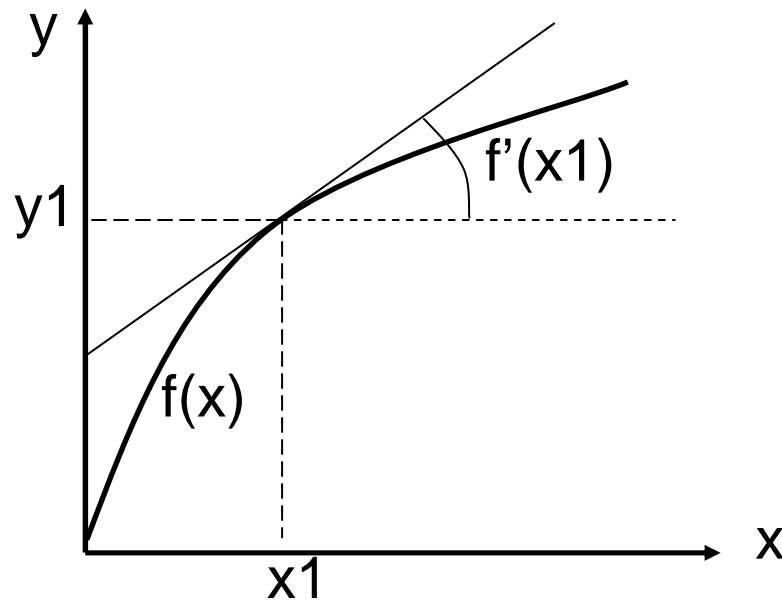
Se $y_2 = f(x_2)$
allora $f'(x_2)$.



Se aumenta x (da x_1 a x_2), y aumenta (da y_1 a y_2),
ma la f' rimane uguale (da $f'(x_1)=f'(x_2)$)

Derivate: curve

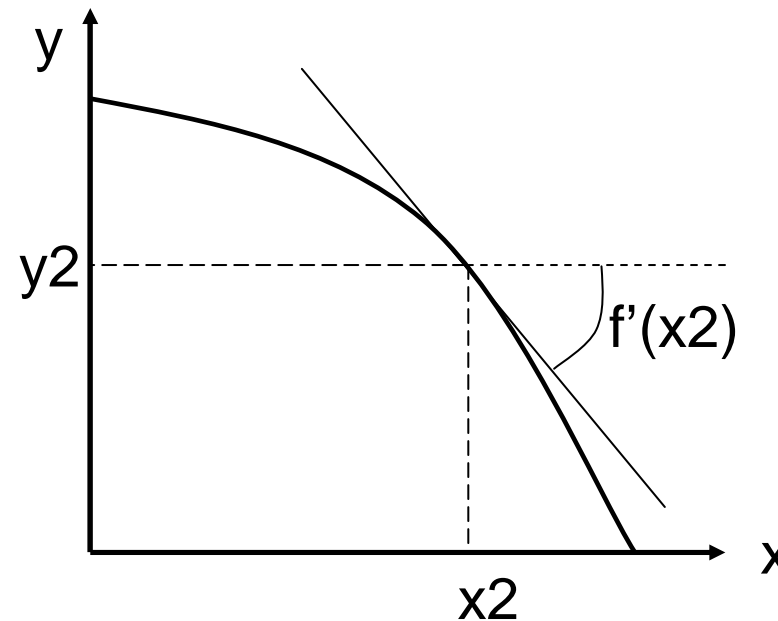
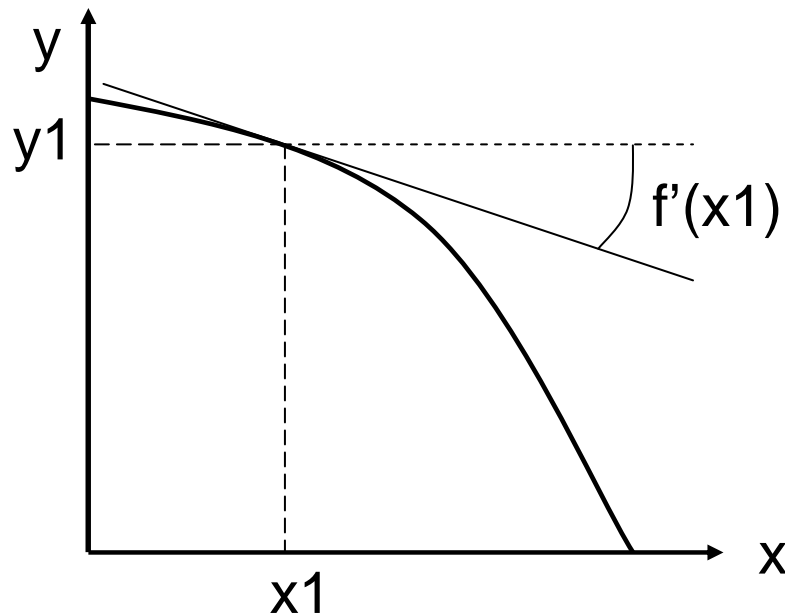
- Data $y = f(x)$, la derivata è $dy/dx = f'(x)$ (pendenza della f).
Se la f è curva, la derivata è la pendenza della tangente.



Se aumenta x (da x_1 a x_2), y aumenta (da y_1 a y_2) $\rightarrow f'(x) > 0$.
Se la curva è concava, la f' diminuisce (da $f'(x_1)$ a $f'(x_2)$)

Derivate: curve

- Data $y = f(x)$, la derivata è $dy/dx = f'(x)$ (pendenza della f).
Se la f è curva, la derivata è la pendenza della tangente.



Se aumenta x (da x_1 a x_2), y diminuisce (da y_1 a y_2) $\rightarrow f'(x) < 0$.
Se la curva è concava, la f' diminuisce (diventa più negativa)

Formule delle derivate

- $y = q$ (costante) $dy/dx = 0$
- $y = mx$ $dy/dx = m$
- $y = x$ $dy/dx = 1$
- $y = q + mx$ $dy/dx = m$
- $y = x^2$ $dy/dx = 2x$
- $y = x^\alpha$ $dy/dx = \alpha x^{\alpha-1}$
- $y = qx^\alpha$ $dy/dx = q\alpha x^{\alpha-1}$
- $y = x^\alpha z$ (z variabile) $dy/dx = \alpha x^{\alpha-1} z$
- $y = x^\alpha z^\beta$ $dy/dx = \alpha x^{\alpha-1} z^\beta$
- $y = x^\alpha z^\beta$ $dy/dz = \beta x^\alpha z^{\beta-1}$

Esercizi sulle derivate

- $y = 10$ (costante) $dy/dx =$
- $y = 3x$ $dy/dx =$
- $y = 8 - 2x$ $dy/dx =$
- $y = 5 + 0,5x$ $dy/dx =$
- $y = x^3$ $dy/dx =$
- $y = 2x^2$ $dy/dx =$
- $y = x^{0,5}$ $dy/dx =$
- $y = 10xz$ $dy/dx =$
- $y = 10xz$ $dy/dz =$
- $y = x^{0,4} z^{0,6}$ $dy/dx =$
- $y = 10x^{0,7} z^{0,3}$ $dy/dx =$



Elasticità della domanda al prezzo

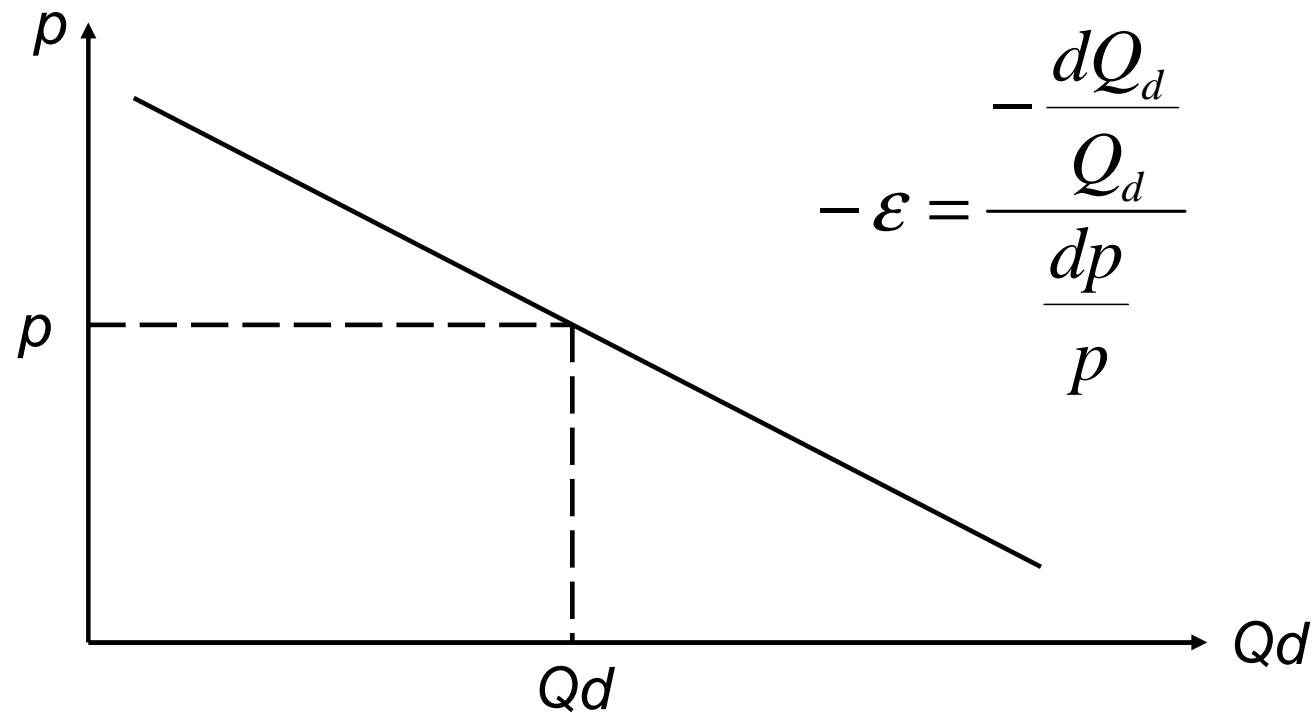
$$-\varepsilon_p = -\frac{\frac{\Delta Qd}{Qd}}{\frac{\Delta p}{p}} = -\frac{\Delta Qd}{\Delta p} \frac{p}{Qd}$$

Elasticità della domanda al prezzo

$$-\varepsilon_{p, Q_d} = -\frac{\frac{\Delta Q_d}{Q_d}}{\frac{\Delta p}{p}} = -\frac{\Delta Q_d}{\Delta p} \frac{p}{Q_d} \xrightarrow{\text{se } \Delta p \rightarrow 0} = \frac{dQ_d}{dp} \frac{p}{Q_d}$$

“derivata di Q_d rispetto a p ”
della funzione $Q_d = Q_d(p, Y, p_j)$

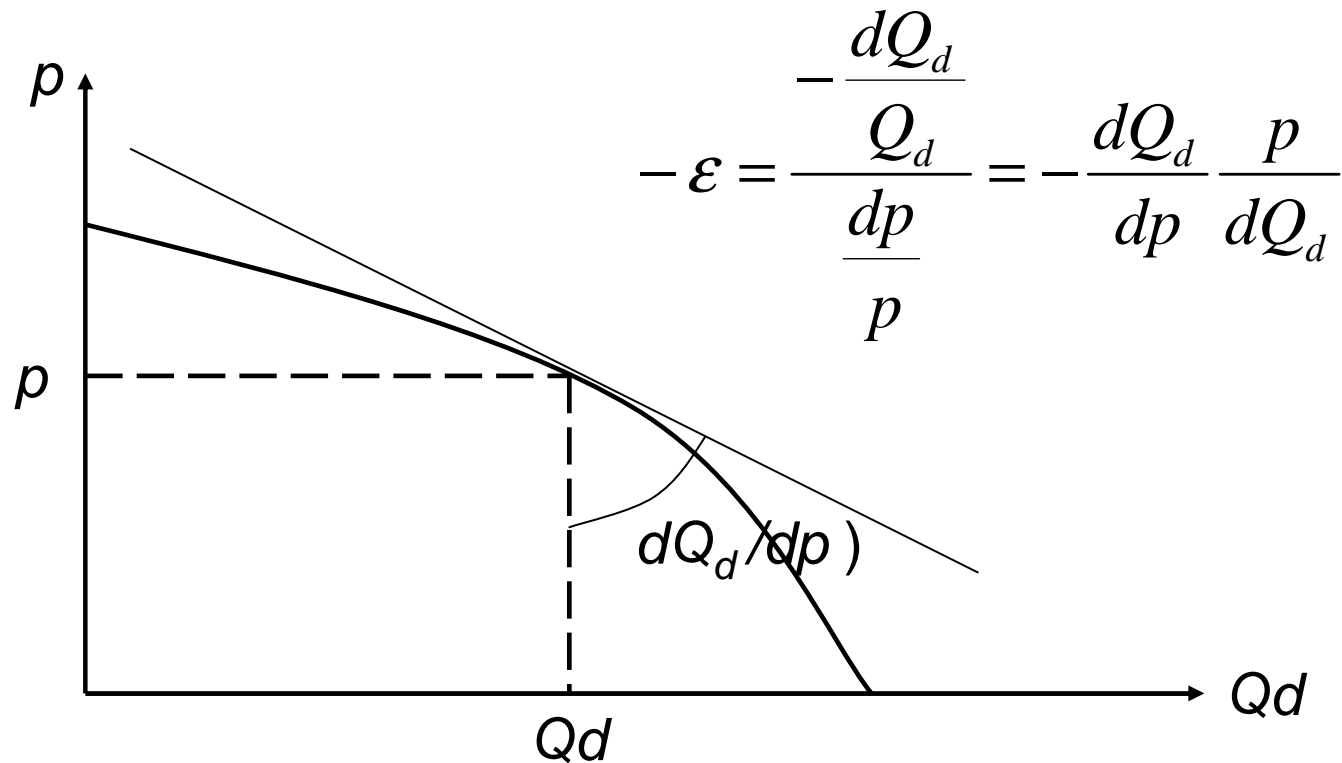
Elasticità su un punto



dp = “variazione infinitesima di p ”

dQ_d = “variazione che ne consegue di Q_d ”

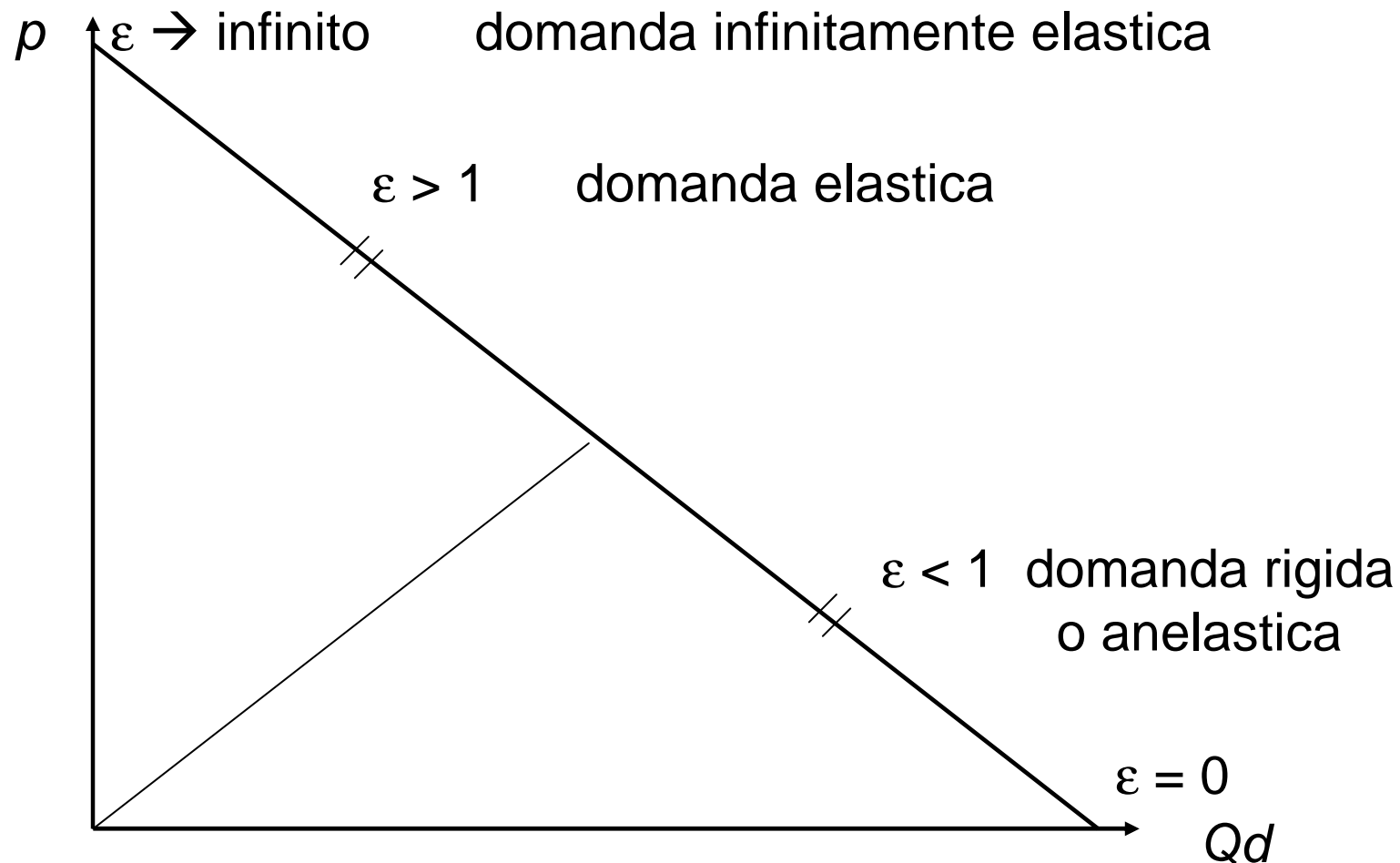
Elasticità su un punto



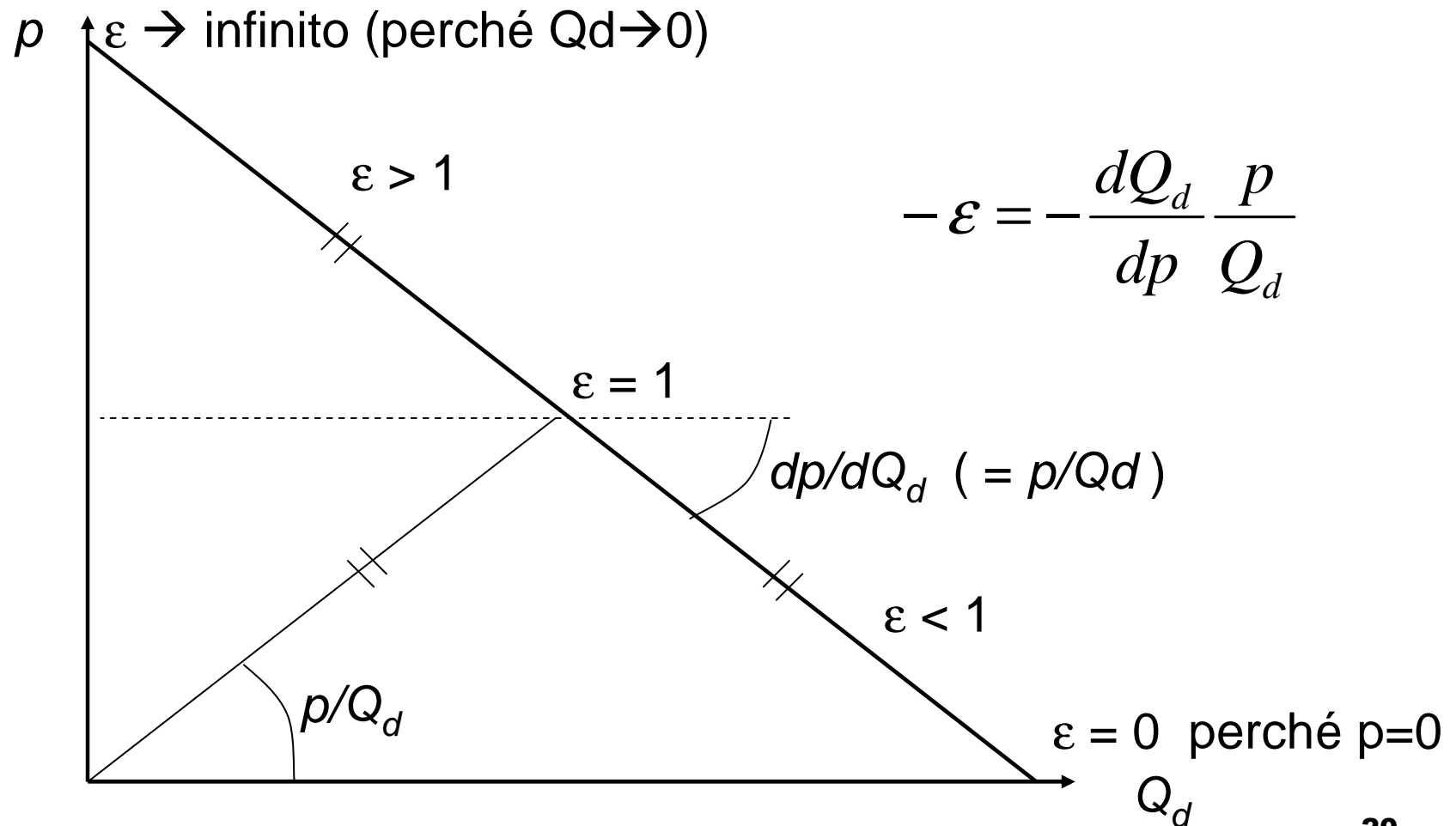
dp = “variazione infinitesima di p ”

dQ_d = “variazione che ne consegue di Q_d ”

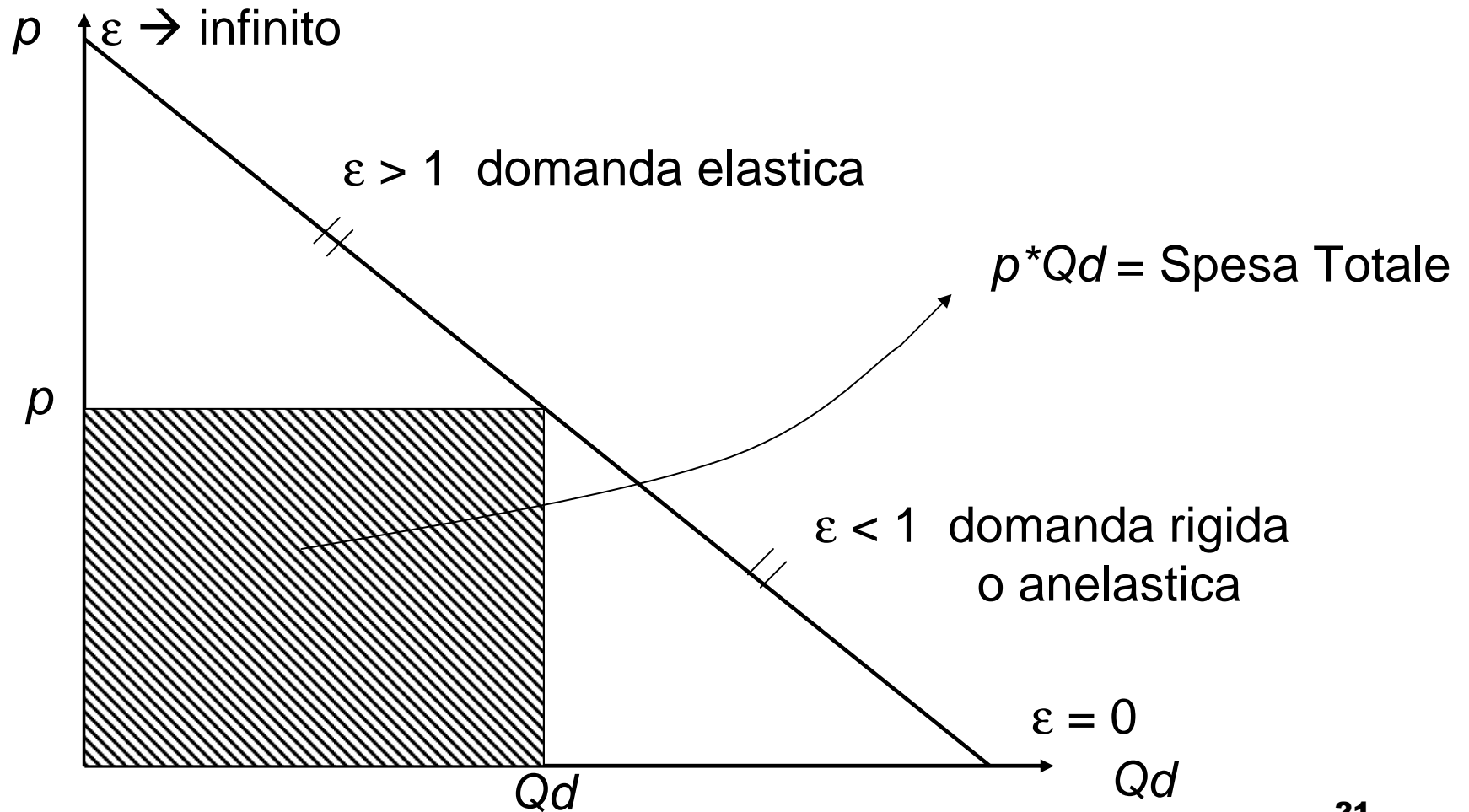
Caso particolare di elasticità puntuale su una retta



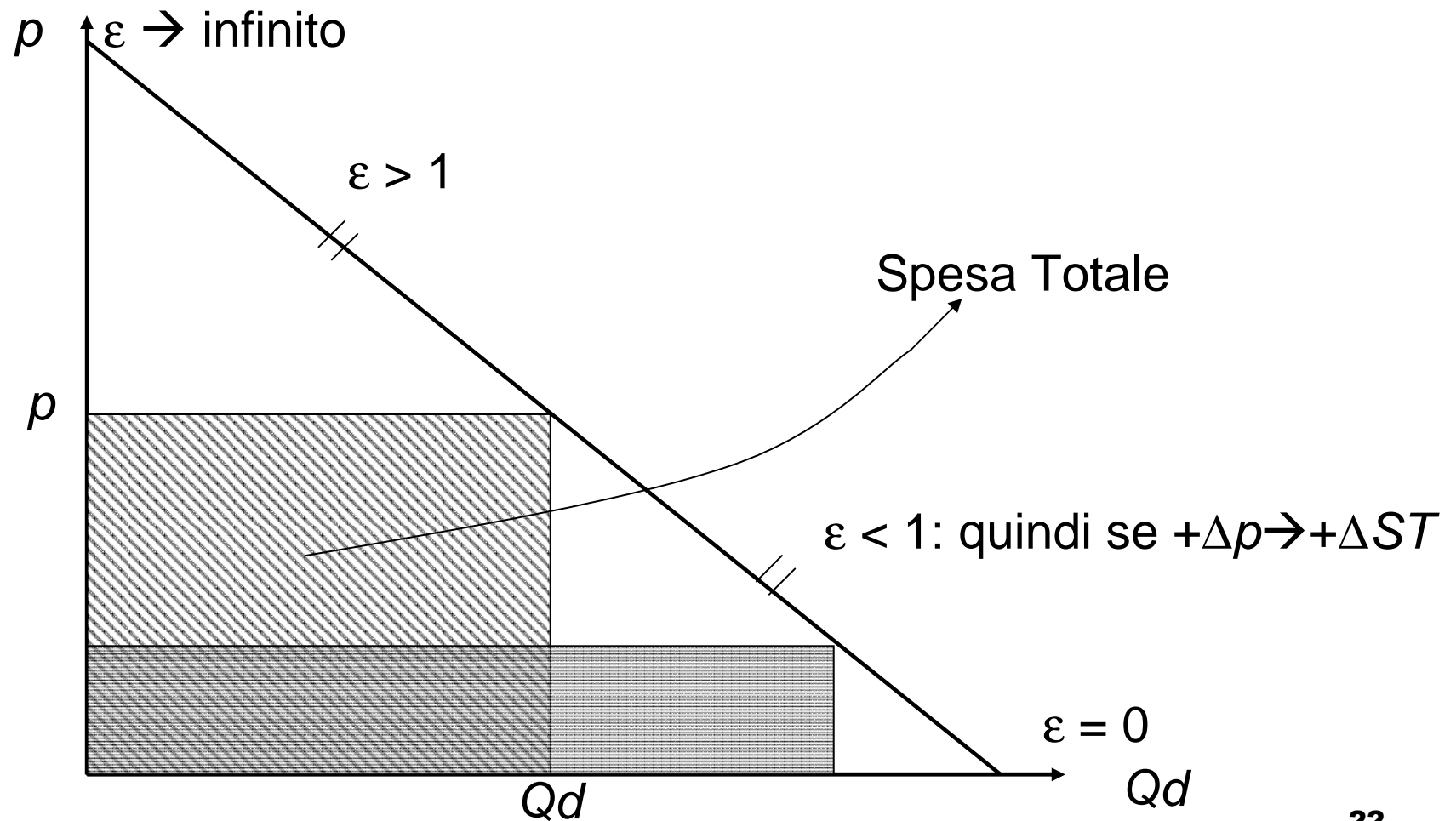
Caso particolare di elasticità puntuale su una retta



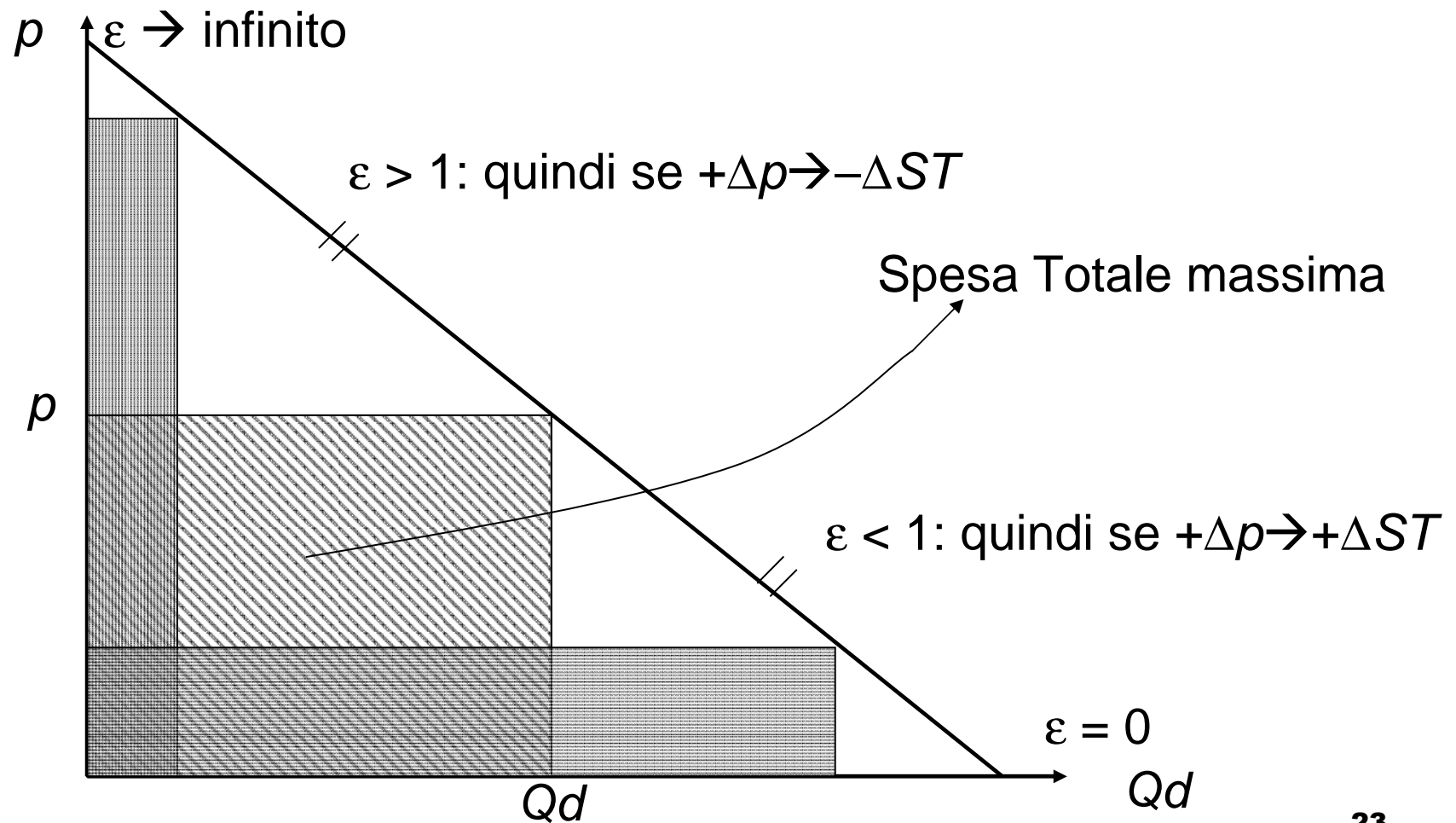
Elasticità e spesa totale



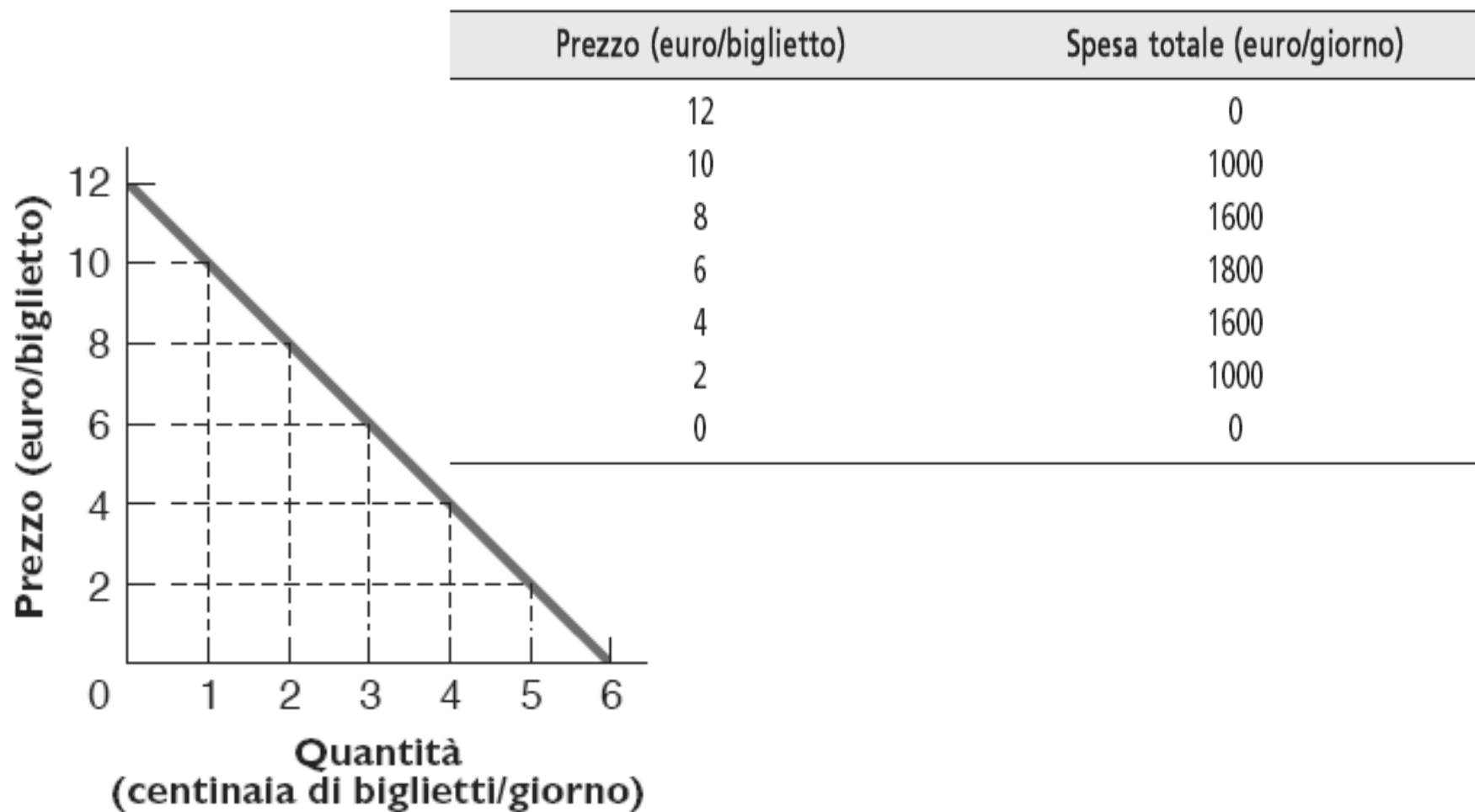
Elasticità e spesa totale



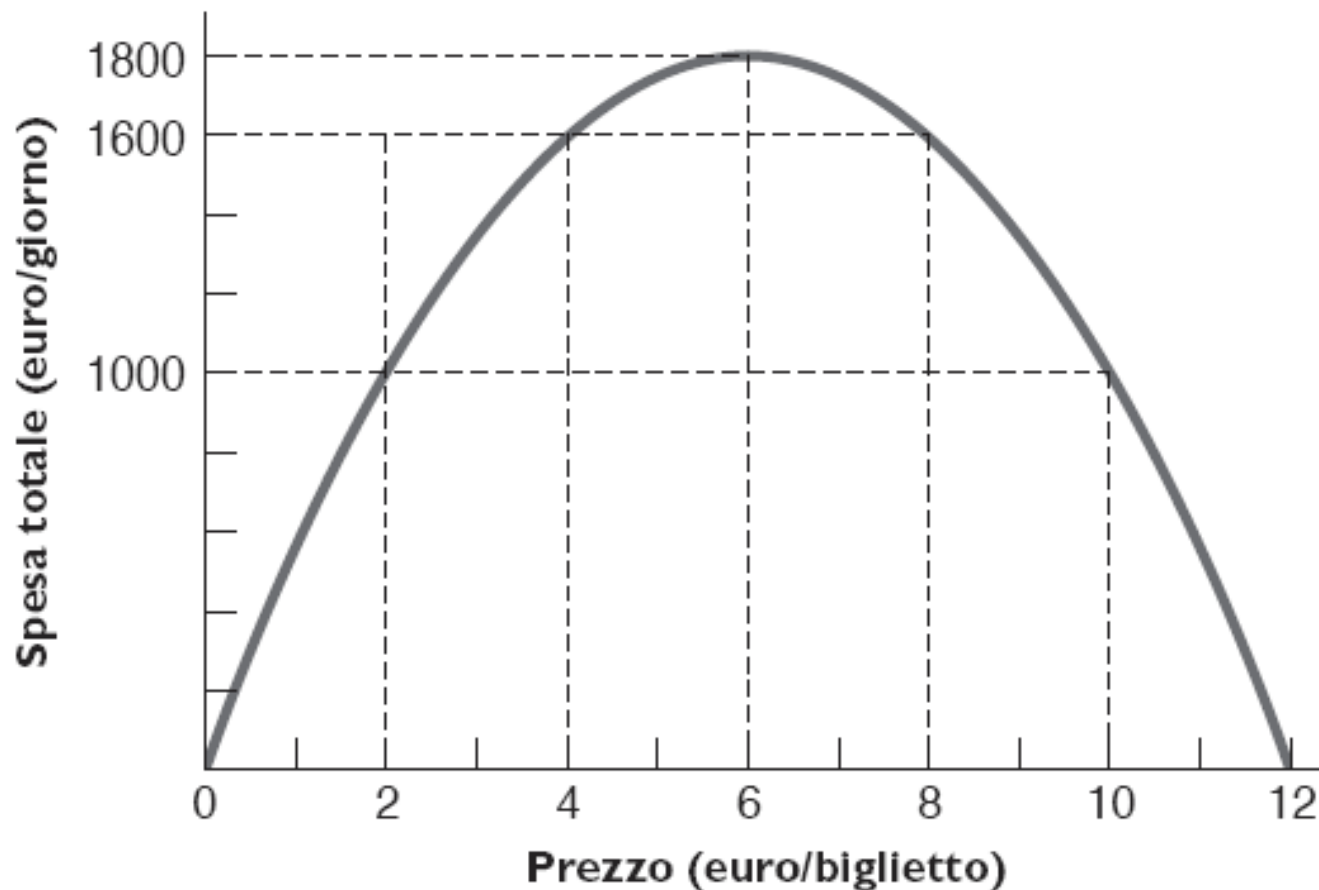
Elasticità e spesa totale



Esempio: curva di domanda di biglietti per il cinema



Spesa totale come funzione del prezzo



La spesa totale raggiunge il livello massimo al prezzo che corrisponde al punto medio della curva di domanda

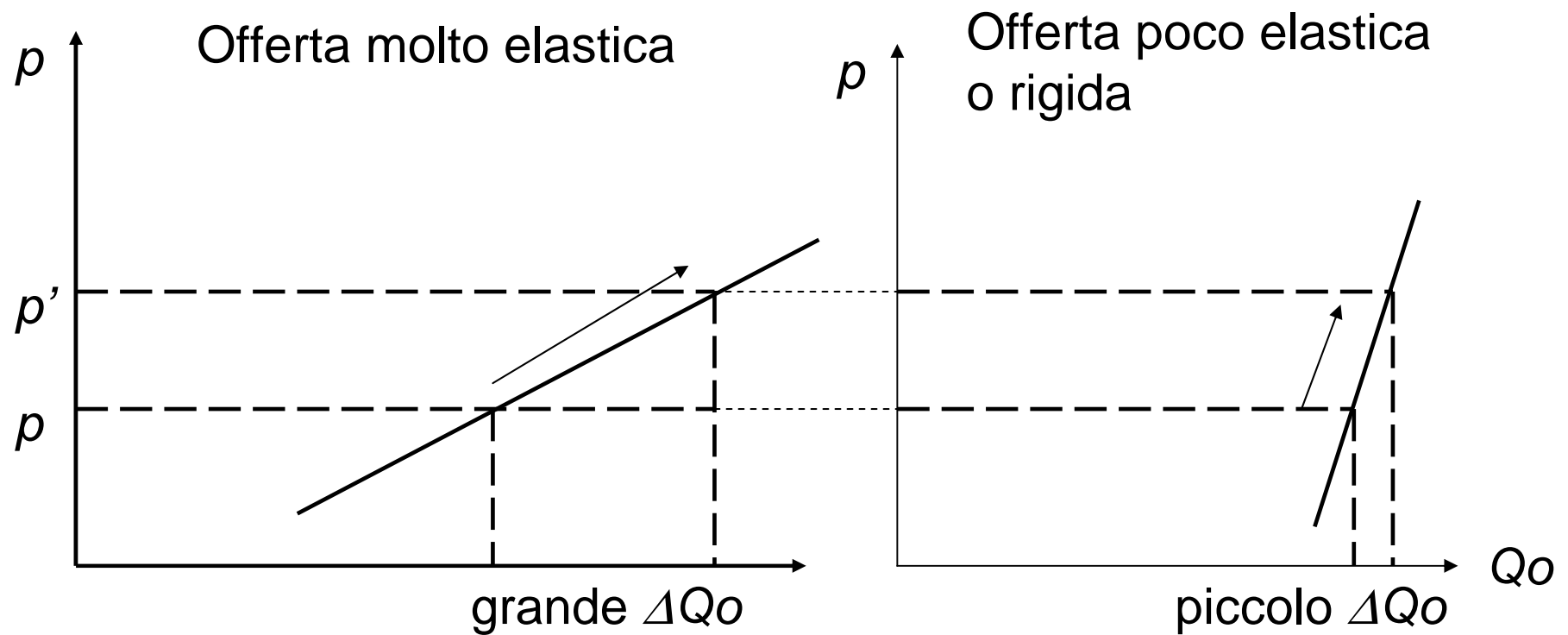


Elasticità dell'offerta al prezzo

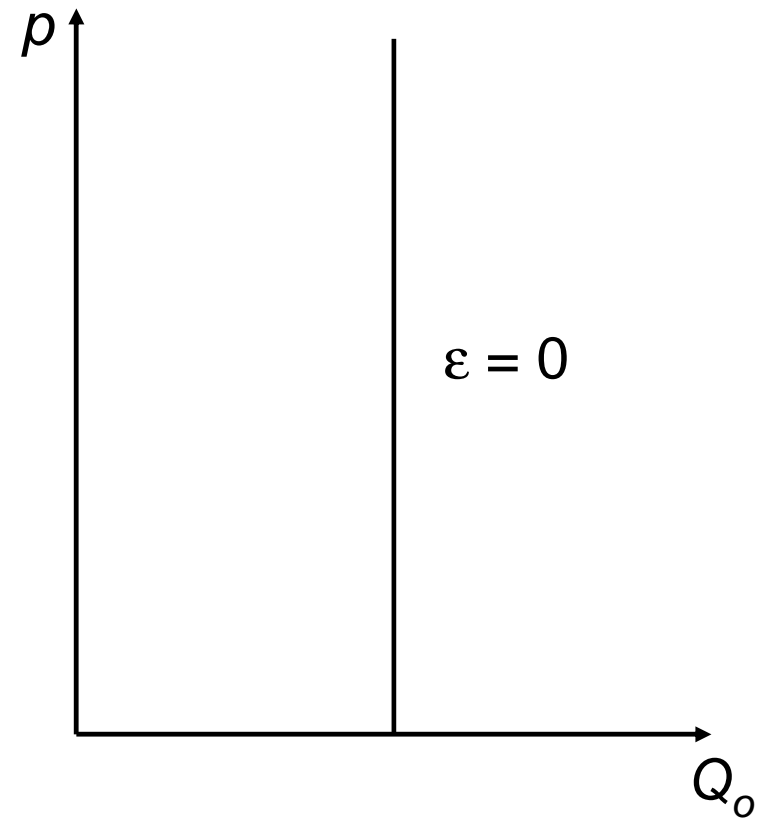
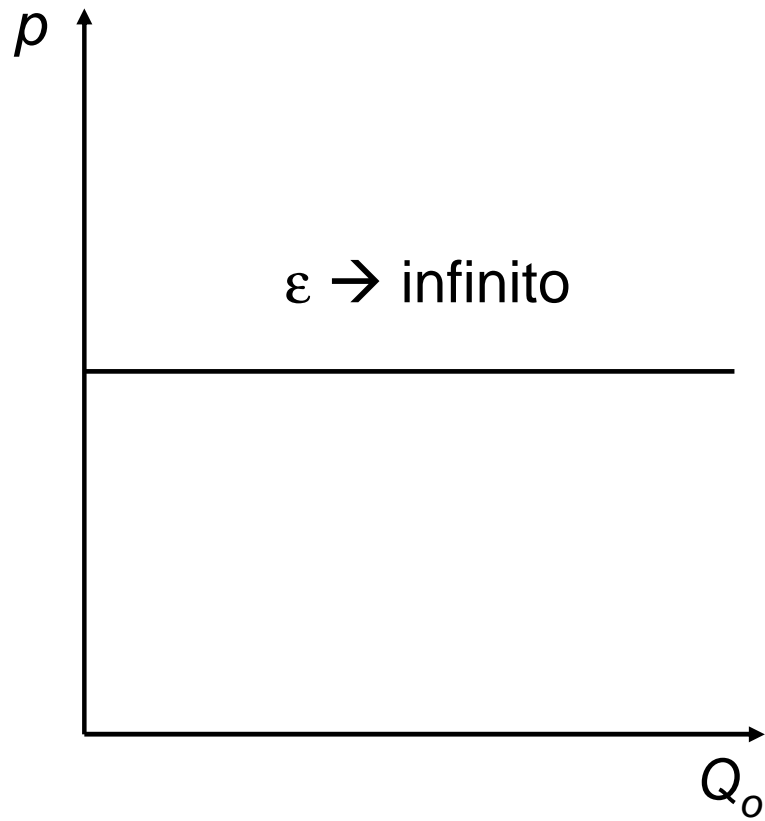
In generale:

$${}_{Q_o}\epsilon_p = \frac{\frac{dQ_o}{Q_o}}{\frac{dp}{p}} = \frac{dQ_o}{dp} \frac{p}{Q_o} = \frac{p}{Q_o} \frac{1}{\text{pendenza}} > 0$$

Elasticità di due funzioni dell'offerta



Elasticità: estremi





Elasticità della domanda al reddito

Data la funzione: $Q_d = Q_d(p, Y, p_j)$:

$${}_{Q_d}\varepsilon_Y = \frac{\frac{dQ_d}{dY} Y}{Q_d}$$

$\varepsilon > 0$ se bene normale

$\varepsilon < 0$ se bene inferiore



Elasticità della domanda al prezzo di una altro bene

Data la funzione: $Q_d = Q_d (p, Y, p_j)$:

$${}_{Q_d} \varepsilon_{p_j} = \frac{\frac{dQ_d}{Q_d}}{\frac{dp_j}{p_j}} = \frac{dQ_d}{dp_j} \frac{p_j}{Q_d}$$

$\varepsilon > 0$ se bene sostituto o succedaneo
 $\varepsilon < 0$ se bene complementare



Elasticità dell'offerta ai costi

Data la funzione: $Q_o = Q_o(p, c)$:

$$-\varepsilon_c = \frac{\frac{dQ_o}{dc} \cdot \frac{c}{Q_o}}{c} = -\frac{dQ_o}{dc} \frac{c}{Q_o}$$

Spesso si usa il valore assoluto: $|\varepsilon|$

Esercizio sulla domanda e offerta

- Date le funzioni di offerta e, rispettivamente, di domanda:

$$Q_o = 8 + 4 p$$

$$Q_d = 10 - 2 p$$

trovare il prezzo e la quantità di equilibrio dopo aver rappresentato le funzioni sugli assi (Q,p).

- Soluzione: l'equilibrio si trova ponendo $Q_o = Q_d$:

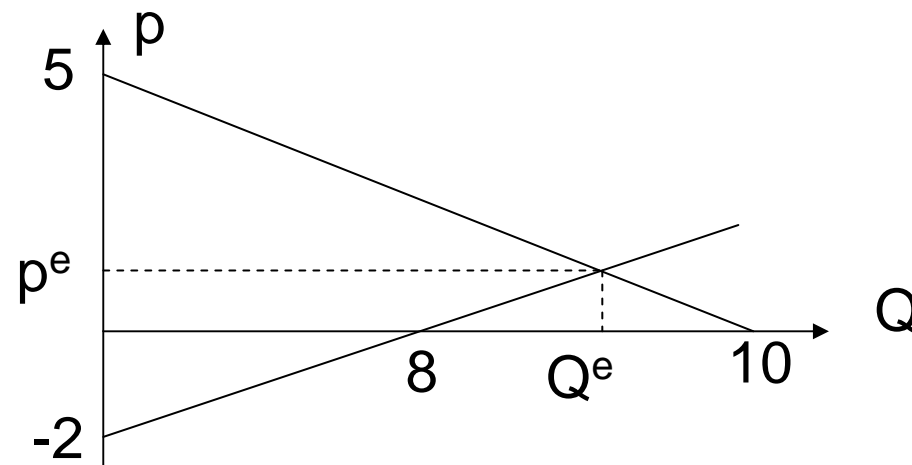
$$Q = 8 + 4 p = 10 - 2 p \rightarrow (10-8) = (4+2)p \rightarrow p^e = 2/6 = 0,33$$

$$Q^e = 8 + 4 * (1/3) = 9,33$$

$$p = -2 + 0,25Q_o$$

$$p = 5 - 0,5Q_d$$

Queste sono le funzioni 'inverse' di offerta e di Domanda.



Esercizio sulle elasticità

- Date le funzioni di offerta e, rispettivamente, di domanda:

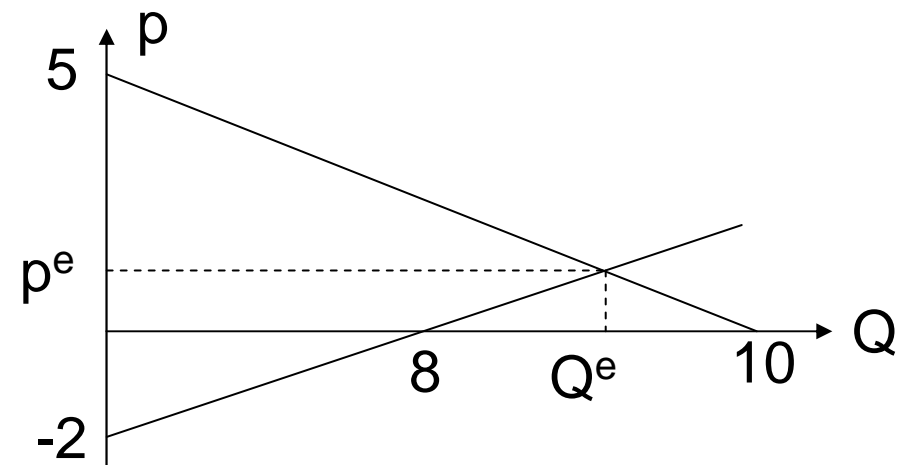
$$Q_o = 8 + 4 p$$

$$Q_d = 10 - 2 p$$

essendo il prezzo e la quantità di equilibrio pari a 0,33 e 9,33, rispettivamente, quali sono le elasticità della domanda e offerta in questo punto?

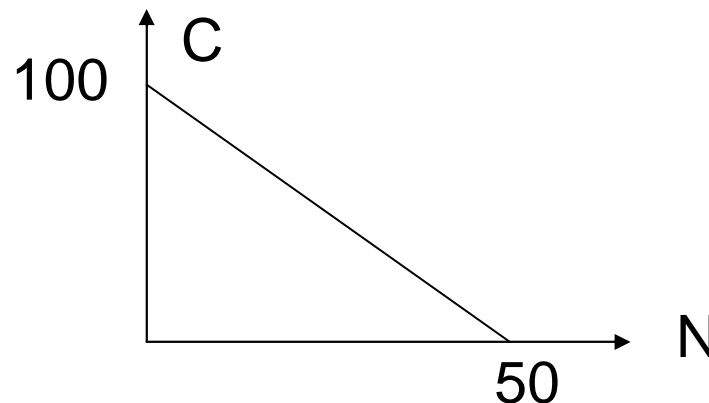
$$Q_d \epsilon_p = - 2 * 0,33 / 9,33 = 0,71$$

$$Q_o \epsilon_p = 4 * 0,33 / 9,33 = 0,14$$



Esercizio sulla FPP

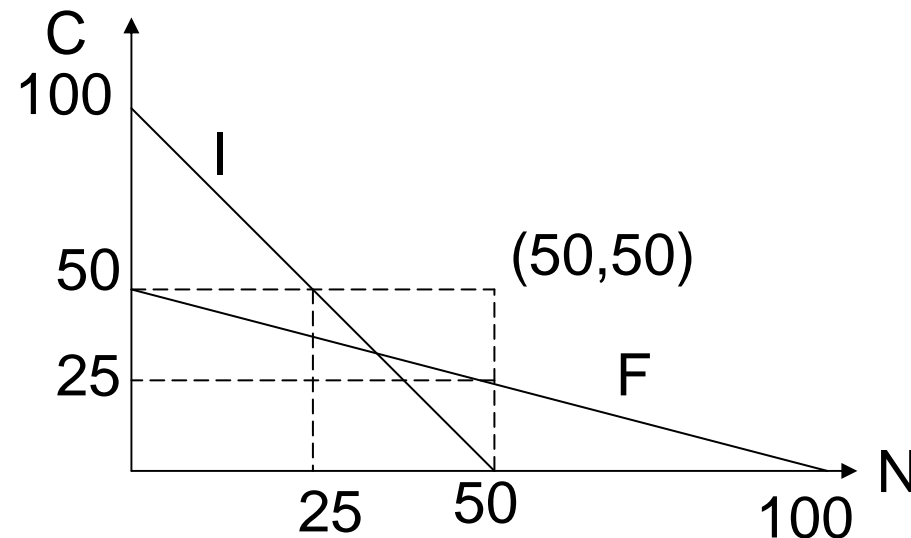
- Se nell'economia I si lavora 10 ore, e produce Caffè (C) e Noci (N) con una produttività di 10 all'ora per C e 5 all'ora per N.
- 1. Rappresentare il grafico della FPP sugli assi (N,C).



- 2. Scrivere l'equazione della FPP: $C=100-2N$
- 3. Se I produce $C=80$, quanto produce di N? $N=10$
- 4. Quanto è OC_N se I produce $(50,0)$? $OC_N = 2$
- 5. Quanto è OC_C se I produce $(0,100)$? $OC_C = 0,5$
- 6. Quanto è OC_N se I produce $C=80$? $OC_N = (100-80)/10=2$

Esercizio sulla FPP (cont)

7. Se nell'economia F si lavora 10 ore, ed ha una produttività di 5 all'ora per C e 10 all'ora per N, qual è l'equazione della sua FPP? $C=50-0,5N$
8. Rappresentare il grafico della FPP di F sugli assi (N,C).
9. Se I produce C=50, quanto produce di N? $N=25$
Se F produce N=50, quanto produce di C? $C=25$
10. Se I e F si specializzano e scambiano metà prodotto, quanto consuma I di N, e quanto consuma F di C? (50)



Esercizi sulle derivate: soluzioni

- $y = 10$ (costante) $dy/dx = 0$
- $y = 3x$ $dy/dx = 3$
- $y = 8 - 2x$ $dy/dx = 2$
- $y = 5 + 0,5x$ $dy/dx = 0,5$
- $y = x^3$ $dy/dx = 3x^{3-1} = 3x^2$
- $y = 2x^2$ $dy/dx = 4x$
- $y = x^{0,5}$ $dy/dx = 0,5x^{-0,5} = 0,5/x^{0,5}$
- $y = 10xz$ $dy/dx = 10z$
- $y = 10xz$ $dy/dz = 10x$
- $y = x^{0,4} z^{0,6}$ $dy/dx = 0,4x^{-0,6} z^{0,6}$
- $y = 10x^{0,7} z^{0,3}$ $dy/dx = 7x^{-0,3} z^{0,3}$